	INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003

SECUENCIA DIDÁCTICA No__1__
Generado por la contingencia del COVID 19

Título de la secuencia didáctica:	TRIGONOMETRIA(ANGULOS Y TRIANGULO RECTANGULOS Y SUS RELACIONES)		
Elaborado por:	DANIEL URAZAN		
Nombre del Estudiante:		**Grupo**:10	
Área/Asignatura	MATEMATICAS	**Duración:** 18 HORAS	

MOMENTOS Y ACTIVIDADES

EXPLORACIÓN

El origen de la palabra trigonometría proviene del griego. Es la composición de las palabras griegas trigonon: triángulo y metron: medida; trigonometría: medida de los triángulos.
Se considera a Hiparco (180-125 a.C.) como el padre de la trigonometría debido principalmente por su hallazgo de algunas de las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo. También contribuyeron a la consolidación de la trigonometría Claudio Ptolomeo y Aristarco de Samos quienes la aplicaron en sus estudios astronómicos. En el año 1600, el profesor de matemáticas de Heidelberg (la universidad más antigua de Alemania) Bartolomé Pitiscus (1561-1613), publicó un texto con el título de Trigonometría, en el que desarrolla métodos para la resolución de triángulos. El matemático francés François Viète (1540-1603) hizo importantes aportes hallando fórmulas trigonométricas de ángulos múltiples. Los cálculos trigonométricos recibieron un gran impulso gracias al matemático escocés John Neper (1550-1617), quien inventó los logaritmos a principios del siglo XVII. En el siglo XVIII, el matemático suizo Leonard Euler (1707-1783) hizo de la trigonometría una ciencia aparte de la astronomía, para convertirla en una nueva rama de las matemáticas. Originalmente, la trigonometría es la ciencia cuyo objeto es la resolución numérica (algebraica) de los triángulos. Los seis elementos principales en todo triángulo son sus tres lados y sus tres ángulos. Cuando se conocen tres de estos elementos, con tal que al menos uno de ellos sea un lado, la trigonometría enseña a solucionar el triángulo, esto es, a encontrar los otros tres elementos. En este estado de la trigonometría se definen las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc.), de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo, como las razones entre dos de los lados del triángulo; el dominio de definición de estas funciones es el conjunto de los valores que puede tomar el ángulo [0, 180].
Sin embargo, el estudio de la trigonometría no limita sus aplicaciones a los triángulos: geometría, navegación, agrimensura, astronomía; sino también, para el tratamiento matemático en el estudio del movimiento ondulatorio, las vibraciones, el sonido, la corriente alterna, termodinámica, investigación atómica

para tener en cuenta:

- **los estudiantes tienen la costumbre de rendirse con las matemáticas por que no entienden un ejercicio. nadie nace aprendido y para aprender matemáticas debes de ser constante y responsable.**
- **no tengas miedo a equivocarte. el error hace parte del proceso de aprendizaje, hace mal un ejercicio no significa que no eres bueno para las matemáticas… solo debes encontrar la forma correcta de hacerlo, esto se logra estudiando.**
- **las palabras "no puedo" o "no soy capaz" debes sacarlas de tu vocabulario.**
- **me gusta que trabajes… por lo que no soy yo el que va a realizar los ejercicios, asi que si necesitas alguna explicación primero debes terminar el que estás haciendo, no importa si queda mal la respuesta. entre los dos lo vamos a corregir.**
- **procura entrar a las clases virtuales.**
- **NO COPIARSE DE OTROS TRABAJOS, ESTAMOS EN UNA ÉPOCA MUY DIFÍCIL PARA TODOS, PERO CON COPIARSE SOLO ESTAS DAÑANDO TU PROPIO PROCESO ACADÉMICO, ADEMÁS TRABAJOS IGUALES TENDRÁN COMO NOTA :1.0**

ESTRUCTURACIÓN

INTRODUCCION

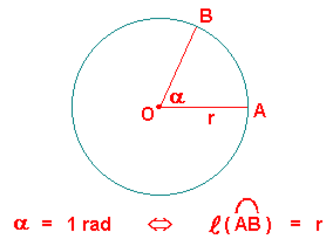
En un sentido básico, se puede afirmar que la trigonometría es el estudio de las relaciones numéricas entre los ángulos y lados del triángulo. Pero su desarrollo la ha llevado a tener un objetivo más amplio, como se verá más adelante.

MEDICION DE ANGULOS

en geometría los ángulos tienen medidas positivas solamente, en cambio, en trigonometría un ángulo puede tener una medida positiva, nula o también negativa:

OBSERVACIÓN: cada ángulo de cualquier polígono se considera positivo.

Además del sistema sexagesimal, que asigna al ángulo completo una medida de 360º, existe otro sistema para medir ángulos, llamado **sistema absoluto**, cuya unidad es el **radián (rad)**. Un ángulo del centro en una circunferencia tiene la magnitud de **1 rad**, si el arco que subtiende tiene una longitud igual al **radio** de ésta.



en este sistema el ángulo completo mide 2π rad , por lo tanto:

π rad equivalen a 180º

Para el sistema sexagesimal 1° equivale a 60'(minuto) y 1' equivale a 60'', de lo anterior podemos deducir que un 1° tiene 3600 '' por lo tanto es común leer los ángulos de la siguiente manera

60° 30' 45'' 60 grados 30 minutos 45 segundos, los minutos y los segundo son parecidos a los decimales de los números reales y se puede realizar la conversión de estos con una simple regla de tres primero pasas los grados a minutos y luego a segundos asi

Ejemplo: 1. Transforma estas medidas a segundos: a) 21º 10' 32''
Para pasar cada medida a segundos, simplemente multiplicamos la cantidad de minutos por 60, y la cantidad de grados por 3600 (que es lo mismo que multiplicar dos veces por 60) y sumamos todo: a) 21º 10' 32'' = 76232'

También se puede hacer lo contrario pasar de segundo a medidas de minutos y grados

Ejemplo 2 : Transforma estas medidas a forma con unidades mayores 450''
Para transformar las medidas a forma compleja (con grados, minutos y segundos), dividimos los segundos entre 60. El resto de la división serán segundos; el cociente, son minutos. Repetimos la operación con los minutos (los que nos salieran en la división anterior más los que nos dé el ejercicio) pero en este caso el resto de la división serán los minutos totales, y el cociente los grados:

750 |60
30 7 **se puede observar que en 750 hay 7 minutos el residuo es la cantidad de segundos que quedan por lo tanto 750'' = 7' 30''**

Ejemplo 3
4500'' = 1º 15' si pasamos a minutos tenemos que 4500''/60'' = 75' ahora si divimos por 60 nuevamente tenemos que

75 |60 **luego tenemos 1° y 15'**
15 1

Ahora si queremos pasar del sistema sexagesimal al Radian o viceversa utilizamos los factores de conversión que se muestran

De ° a rad **de rad a °**

$\frac{\pi \text{rad}}{180^\circ}$ $\frac{180}{\pi}$

Ejemplo:
Pasar 20 ° a radianes **pasar $\frac{\pi}{3}$ a grados**

$180^\circ \longrightarrow \pi$ radianes

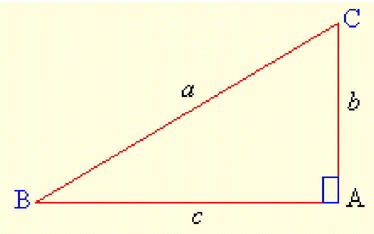
$20^\circ \longrightarrow x$ radianes

$x = \frac{20 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{9}$ radianes

$\frac{\pi}{3} * \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Debido a que un triángulo tiene tres lados, se pueden establecer seis razones, dos entre cada pareja de estos lados. Las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo son las siguientes:



ΔABC, rectángulo en A
$\angle B$ y $\angle C$: ángulos agudos
a : hipotenusa
b : cateto, opuesto al $\angle B$ y adyacente al $\angle C$
c : cateto, opuesto al $\angle C$ y adyacente al $\angle B$

Seno: razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.
Coseno: razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.
Tangente: razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente.
Cotangente: razón entre el cateto adyacente al ángulo y el cateto opuesto.
Secante: razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente al ángulo.
Cosecante: razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo.

Para el triángulo anterior tenemos :

$$\operatorname{sen} B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \qquad \operatorname{sen} C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \qquad \cos C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

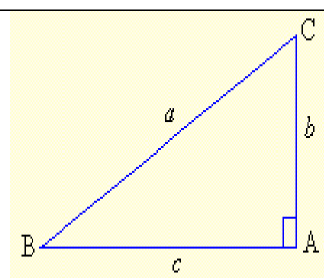
$$\tan B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c} \qquad \tan C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{b}$$

$$\cot B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{c}{b} \qquad \cot C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c}$$

$$\sec B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{c} \qquad \sec C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

$$\csc B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b} \qquad \csc C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c}$$

Teorema de Pitágoras:
"En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos". Y, "En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de uno de los catetos es igual a la diferencia entre el cuadrado de la hipotenusa y el cuadrado del otro cateto".



ΔABC, rectángulo en A
a : hipotenusa
b : cateto
c : cateto

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$b^2 = a^2 - c^2$$

Teorema 1: Dado un ángulo, el valor de cualquier razón trigonométrica depende únicamente de la magnitud de dicho ángulo.

Teorema 2: Si A + B = 90º , entonces:

sen (A) = cos (B)	**cos (A) = sen (B)**
tg (A) = ctg (B)	**ctg (A) = tg (B)**
sec (A) = csc (B)	**csc (A) = sec (B)**

Teorema 3: Si n $\in$ Z , entonces:

sen (A + 360º × n) = sen (A)

cos (A + 360º × n) = cos (A)

$$\text{tg}(A + 180^\circ \times n) = \text{tg}(A)$$

TABLA DE RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ALGUNOS ANGULOS

A		sen (A)	cos (A)	tg (A)
0º	0	0	1	0
30º	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90º	$\frac{\pi}{2}$	1	0	indefinida
180º	π	0	– 1	0
270º	$\frac{3\pi}{2}$	– 1	0	indefinida

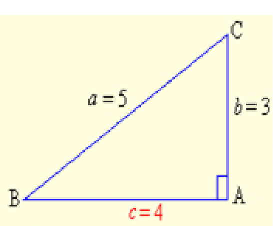
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo significa encontrar el valor númerico de cada uno de sus tres lados y sus tres ángulos. En esta clase de problemas siempre se nos dan los valores de tres elementos, uno de los cuales es uno de los lados, y se nos pide hallar los otros tres. De la geometría plana elemental sabemos que "la suma de las medidas de los tres ángulos interiores en cualquier triángulo es igual a 180 grados". Así, para encontrar el valor del tercer ángulo, conocidos los otros dos, basta con utilizar la siguiente fórmula:

Ejemplo:

1. Hallar las razones trigonométricas del ángulo agudo menor de un triángulo rectángulo si la hipotenusa mide 5 m. y uno de los catetos mide 3 m.

Para poder calcular las seis razones trigonométricas necesitamos hallar la medida del otro cateto; esto lo hacemos aplicando el *Teorema de Pitágoras*. Una vez hallado el valor de este cateto, procedemos a encontrar los valores de las razones por medio sus respectivas *definiciones:*



$a = 5$: hipotenusa
$b = 3$: cateto
$c = ?$: cateto

$$c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9,$$
$$\Rightarrow \quad c^2 = 16,$$
$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{16};$$
$$\therefore \quad c = 4.$$

Como a menor lado se opone menor ángulo, es obvio, de acuerdo con lo que se pide en el presente ejercicio, que debemos calcular las razones trigonométricas del $\angle B$:

$$\text{sen}\, B = \frac{3}{5} = 0.6 \qquad \cos B = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\tan B = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad \cot B = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\sec B = \frac{5}{4} = 1.25 \qquad \csc B = \frac{5}{3} = 1.67$$

2. Se tiene un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 y 15 m., hallar las razones trigonométricas del ángulo agudo mayor.

Primero hallamos el valor de la hipotenusa, aplicando el *Teorema de Pitágoras*; luego, calculamos las razones trigonométricas, a partir de sus respectivas *definiciones* y con los datos dados y obtenidos:

$b = 8$: cateto

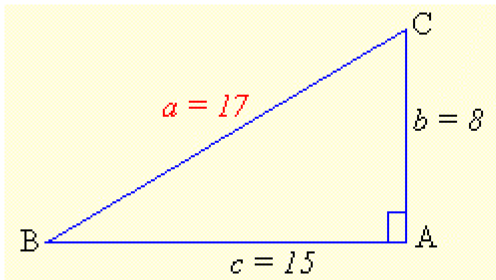
$c = 15$: cateto

$a = ?$: hipotenusa

$$a^2 = b^2 + c^2 = 8^2 + 15^2,$$

$$\Rightarrow \quad a^2 = 64 + 225 = 289;$$

$$\therefore \quad a = \sqrt{289} = 17$$



"A mayor lado se opone mayor ángulo"; por ende, debemos calcular las razones trigonométricas del ángulo C:

$\operatorname{sen} C = \frac{15}{17} \approx 0{,}88235$

$\cos C = \frac{8}{17} \approx 0{,}47059$

$\tan C = \frac{15}{8} = 1{,}875$ $\qquad \cot C = \frac{8}{15} = 0{,}5\overline{3}$

$\sec C = \frac{17}{8} = 2{,}125$ $\qquad \csc C = \frac{17}{15} = 1{,}1\overline{3}$

TRANSFERENCIA

COMPLETA LA SIGUIENTE TABLA (PARA LOS ANGULOS EN GRADOS PASAR LOS DECIMALES A MINUTOS O SEGUNDOS SI ES EL CASO)

MEDIDA EN GRADOS	**270**			**135**	**247**		**86**
MEDIDA EN RADIANES		$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{8\pi}{3}$			$\frac{3\pi}{5}$	

Recuerda realizar la figura del triangulo que te ayude a interpretar la situacion

Para los siguientes triángulos rectángulos, en donde los catetos se denotan por a y b y la hipotenusa por c, calcule las 6 razones trigonométricas:

a) a = 3, b = 5

b) a = 1, c = 4

c) a = 2, b = 7

PROBLEMAS

1. El ángulo de elevación de la cima de una torre medido desde un punto C de La horizontal es de 22º. Avanzando 12 metros hacia a la torre, volvemos a medir El ángulo de elevación que es de 45º. Calcula la altura de la torre.
2. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 y 5 cm. (S: 13 cm)
3. Sabiendo que en un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 25 m y un cateto 7 m, halla el otro cateto. (S: 24 m).
4. Halla la altura de un edificio que proyecta una sombra de 56 m. a la misma hora que un árbol de 21 m. proyecta una sombra de 24 m. Sol: 49 m
5. Queremos construir un teleférico desde el valle a la cima de una montaña. La casa del valle está a 100 m. de la base de la montaña, esta tiene 200 m de altura. ¿Qué longitud de cable necesitamos para construir el teleférico?
6. Un barco ha encallado en unas rocas a 50 m de la costa. El acantilado tiene 15 m. de altura. Si queremos amarrarlo desde el ancantilado ¿Cuál debe ser la longitud de LA CUERDA que debemos lanzar?
7. En una acera de una calle hay un edificio de 12 m. de altura. Enfrente hay un edificio de 15 m. de altura. Si la calle tiene 8m de ancho y queremos construir una pasarela entre las terrazas del edificio. ¿Qué longitud tendrá la pasarela?

8. La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. y uno de sus lados, 6 cm. Calcula el perímetro del rectángulo.
9. Para afianzar una antena de 24 m. de altura se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán, en tierra, a 10 m. del punto de amarre. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?
10. Un globo cautivo está sujeto al suelo por una cuerda. Ayer, que no hacía viento, el globo estaba a 50 m. de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 30 m. del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?

APRENDIENDO A USAR LA CALCULADORA

11. Utilizando la calculadora, halla las siguientes rezones trigonométricas redondeando a 4 decimales:
    a. sen 34º 35′ 57″ Sol: 0,5678
    b. cos 85º 7′ 23″ Sol: 0,0850
    c. tg 87º 33″ Sol: 19,1397
    d. sen 43º 35′ Sol: 0,6894
12. Utilizando la calculadora, halla los ángulos de las siguientes razones trigonométricas:
    a. sen α = 0,3456 Sol: α = 20º 13′ 7″
    b. cos α = 0,5555 Sol: α = 56º 15′ 17″
    c. tg α = 1,4572 Sol: α = 55º 32′ 24″
    d. cos α = 0,25 Sol: α = 75º 31′ 21″
    e. sen α = 0,0525 Sol: α = 3º 34″

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué aprendizajes construiste?
2. Lo qué aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
3. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
4. ¿Cómo resolviste las dificultades?
5. Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
6. ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS	COLOMBIAPRENDE CLASSROOM VIDEOS DE YOUTUBE Santillana grado 10 correo electrónico : daniel.urazan@ierepublicadehonduras.edu.co código classroom: mctsdtp WHATSAPP 3158963635
FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN	De acuerdo a la programación institucional.